ATTIVITÀ PROGETTUALI - TECNICA DELLE COSTRUZIONI

Argomenti oggetto di possibili tracce di esame:

Analisi e Combinazione dei carichi.

Determinazione delle sollecitazioni massime su una struttura soggetta a diverse combinazioni di carico.

Progetto e Verifica agli SLU e agli SLE di solai in latero-cemento.

Progetto e verifica agli SLU e agli SLE di travi in c.a.

Progetto e Verifica agli SLU e agli SLE di pilastri in c.a.

Progetto e verifica agli SLU e agli SLE di telai piani in c.a.

Di seguito è riportato un esempio di progetto e verifica di un telaio in cemento armato.

Testi suggeriti per eventuali approfondimenti:

Materiale didattico predisposto dal Prof. A.L. Materazzi per il corso di Tecnica delle Costruzioni

Radogna, E. F.: "Tecnica delle Costruzioni", Voll. 1 e 2, Masson

Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni, DM2008.

Orario di ricevimento:

Ing. Laura Ierimonti: giovedì mattina - Sez. Strutture - Stanza 5

ierimonti@strutture.unipg.it

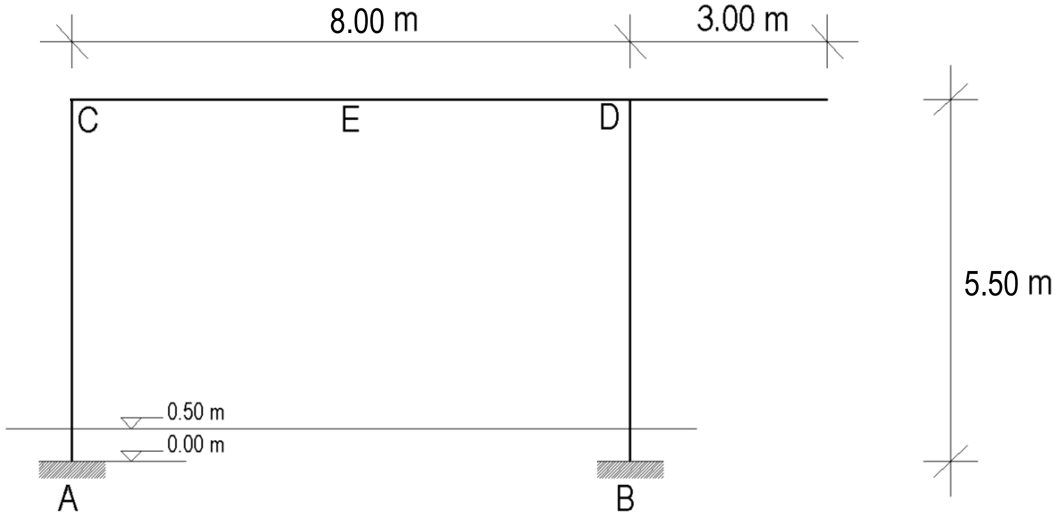
Ing. Federico Bonfigli: martedì dalle 10:00 alle 12:00 - Sez. Strutture - Stanza 8

federico.bonfigli@strutture.unipg.it

ATTIVITÁ PROGETTUALI – MODULO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

ESEMPIO PROGETTO E VERIFICA DI UN TELAIO IN C.A.

DATI DI PROGETTO:



Luce campata	L=8.00 m
Luce degli sbalzi	L_2=3.00 m
Interasse telai	I=5.00 m
Altezza	H=5.50 m

1) MATERIALI IMPIEGATI (par. 11.2 e 11.3 del D.M. 14/01/2008)

Calcestruzzo: Classe 25/30

$$f_{cd} = 0.85 \cdot 0.83 \cdot 30 / 1.5 = 14.11\, N/mm^2$$

$$f_{ctd} = 0.7 \cdot 0.3 (0.83 \cdot 30)^{2/3} / 1.5 = 1.19\, N/mm^2$$

$$f_{bd} = 2.25 \cdot 1.79 / 1.5 = 2.68\, N/mm^2$$

Acciaio B450C:

$$f_{yd} = 450 / 1.15 = 391.3\, N/mm^2$$

2) ANALISI DEI CARICHI

Peso proprio travetti (H=16cm, b=10cm, i=50cm)		0.80 kN/m^2
Peso proprio laterizio		0.80 kN/m^2
Peso proprio soletta (s=4cm)		1.00 kN/m^2
Totale carichi permanenti strutturali	**P_1 =**	**2.60 kN/m^2**

Massetto delle pendenze in cls alleggerito (H=10 cm, γ=13 kN/m^3)		1.30 kN/m^2
Guaina impermeabilizzante		0.05 kN/m^2
Strato di cls alleggerito (H=5 cm, γ=15 kN/m^3)		0.75 kN/m^2
Intonaco (s=2 cm, γ=20 kN/m^3)		0.40 kN/m^2
Totale carichi permanenti portati	**P_2 =**	**2.50 k N/m^2**

Neve (Zona II, as = 300 m s.l.m., C_E = 1, C_T = 1)

$q_s = \mu_i \cdot q_{sk} \cdot C_E \cdot C_T = 0.8 \cdot 0.85\left(1+(300/481)^2\right) \cdot 1 \cdot 1 = 0.944$ kN/m^2

Vento

$$q_b = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_B^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.25 \cdot 27^2 = 456 N/m^2$$

$$c_e = k_r^2 \cdot c_t \cdot \ln(z_{\min}/z_0) \cdot \left[7 + c_t \ln(z_{\min}/z_0)\right] = 0.22^2 \cdot 1 \cdot \ln(8/0.30) \cdot \left[7 + 1 \cdot \ln(8/0.30)\right] = 1.634$$

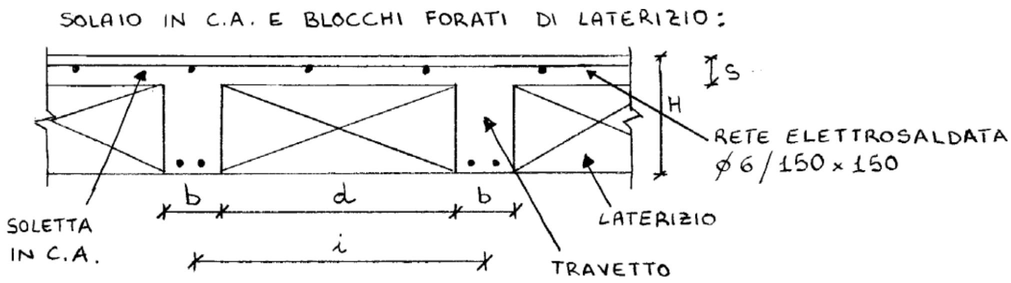
$$c_p = 1.2$$

$$c_d = 1$$

$$p = q_b \cdot c_e \cdot c_p \cdot c_d = 0.89 kN/m^2$$

3) PROGETTO E VERIFICA DI UN TRAVETTO

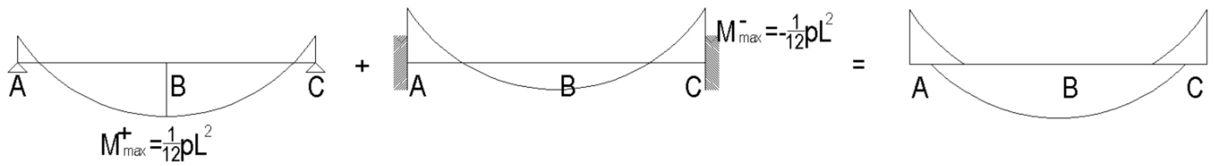
Morfologia del solaio:



Secondo la circolare del D.M. 14/01/08 deve essere:

$$b \geq \max\left(\frac{1}{8}i; 8cm\right); \; i \leq 15s; \; d \leq 52cm$$

Si adottano: $s = 4cm$; $b = 10cm$; $i = 50cm$; $H = 20cm$.



Lo schema statico da adottare è quello di trave semi-incastrata per il calcolo di $M^+_{\max}$ e di trave incastrata per il calcolo di $M^-_{\max}$. Il carico distribuito *p* vale:

$$p = 0.5 \cdot \left[1.3 \cdot p_1 + 1.5 \cdot p_2 + 1.5 \cdot q_s\right] = 0.5 \cdot \left[1.3 \cdot 2.6 + 1.5 \cdot 2.5 + 1.5 \cdot 0.944\right] = 4.3 kN/m$$

a cui corrispondono le seguenti sollecitazioni:

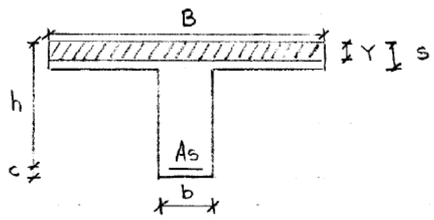
$$M^+_{\max} = \frac{pL^2}{12} = \frac{4.3 \cdot 5.0^2}{12} = 9.0 kNm$$

$$M^-_{\max} = -\frac{pL^2}{12} = -9.0 kNm$$

$$V_{\max} = \frac{pL}{2} = \frac{4.3 \cdot 5.0}{2} = 10.8 kN$$

3.1 Progetto condizionato sezione B

Si ipotizza che l'asse neutro tagli la soletta (y<s).Si effettua il progetto condizionato di una sezione rettangolare larga B. Sono noti:



$M_{B,Ed} = M^{+}_{\max} = 9.0kNm$

$d = h = 170mm$

$B = 500\,mm$

$c = 30\,mm$

Non possono essere usate le tabelle per il progetto condizionato perché per solette di spessore inferiore a 50 mm la resistenza a compressione è $f_{cu} = 0.8 f_{cd}$ (par. 4.1.2.1.1.1 DM 14/01/08). Si procede quindi imponendo l'equilibrio tra il momento esterno $M_{B,Ed}$ e il momento interno $M_{B,Rd} = T \cdot z$ e ricavando quindi l'area minima di acciaio da disporre in zona tesa:

$$A_s = \frac{h - \sqrt{h^2 - 4\dfrac{0.416 M_{B,Ed}}{0.81 \cdot f_{cu} B}}}{2\dfrac{0.416 \cdot f_{yd}}{0.81 \cdot f_{cu} B}} = \frac{170 - \sqrt{170^2 - 4\dfrac{0.416 \cdot 9.0 \cdot 10^6}{0.81 \cdot 0.8 \cdot 14.11 \cdot 500}}}{2\dfrac{0.416 \cdot 391.3}{0.81 \cdot 0.8 \cdot 14.11 \cdot 500}} = 139\,mm^2$$

Si dispongono 2 Φ 10 ($A_s = 157\,mm^2$). Si effettua il controllo che l'asse neutro tagli effettivamente la soletta:

$$y = \frac{A_s f_{yd}}{0.81 \cdot f_{cu} \cdot B} = \frac{157 \cdot 391.3}{0.81 \cdot 0.8 \cdot 14.11 \cdot 500} = 13\,mm < 40\,mm$$

Si controlla che l'area di acciaio sia superiore a quella minima richiesta dalla Normativa:

$$A_{s,\min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d = 0.26 \frac{0.3 \cdot \left(0.83 \cdot 30\right)^{2/3}}{450} 100 \cdot 170 = 25\,mm^2 \ll 157\,mm^2$$

Si verifica che l'armatura inferiore agli appoggi porti una forza di trazione pari al taglio. Il taglio massimo è $V_{A,Ed} = V_{\max} = 10.8kN$. L'area minima da portare agli appoggi è:

$$A_{s,\min} = \frac{V_{C,Ed}}{f_{yd}} = \frac{10.8 \cdot 10^3}{391.3} = 27.6\,mm^2 \ll 157\,mm^2$$

La verifica è soddisfatta.

3.2 Verifica a taglio sezione A

Si determina il taglio resistente utilizzando la formula valida nel caso di elementi senza armature trasversali (4.1.2.1.3.2):

$$V_{Rd} = \left\{0.18k\left(100\rho_l f_{ck}\right)^{1/3} / \gamma_c + 0.15\sigma_{cp}\right\} b_w d \geq \left(v_{\min} + 0.15\sigma_{cp}\right) b_w d =$$

$$\left\{0.18 \cdot 1.976 \cdot \left(100 \cdot 0.00924 \cdot 24.9\right)^{1/3} / 1.5\right\} 100 \cdot 170 = 11465\,N \geq 0.485 \cdot 100 \cdot 170 = 8398\,N$$

essendo:

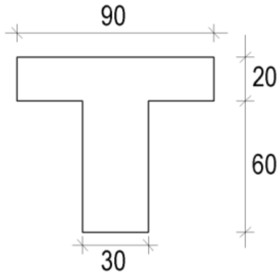
$k = 1 + \sqrt{200/d} = 1 + \sqrt{200/170} = 2.08/5 \leq 2 \Rightarrow k = 2$

$v_{\min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 2^{3/2} 24.9^{1/2} = 0.494\,N/mm^2$

$\rho_l = A_{sl} / \left(b_w d\right) \leq 0.02 = 157 / \left(100 \cdot 170\right) = 0.00924$

$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c = 0 \leq 0.2 f_{cd}$

Quindi $V_{Rd} = 11465 > V_{A,Ed} = 10800\,N$ e non sarebbe quindi necessario inserire la zona piena. Si inserisce tuttavia una zona piena di 30 cm per parte per ottenere una trave principale a T avente la seguente sezione di tentativo la cui altezza complessiva è pari a 1/10 della luce:



3.3 Progetto condizionato sezione A

Si "spunta" il diagramma e si calcola il momento flettente all'inizio della zona piena (x = 0.15 m):

$$M_{0.15,Ed} = -M_{A,Ed} - \frac{p \cdot 0.15^2}{2} + \frac{p \cdot L}{2} \cdot 0.15 = -9.0 - \frac{4.3 \cdot 0.15^2}{2} + \frac{4.3 \cdot 5.0}{2} \cdot 0.15 = -7.4kNm$$

Si esegue quindi il progetto condizionato dell'armatura all'appoggio utilizzando le tabelle della flessione semplice:

$\alpha = d \Big/ \sqrt{M_{Ed}/b} = 170 \Big/ \sqrt{7.4 \cdot 10^6 / 500} = 1.397$;

il valore ottenuto di α non è presente nelle tabelle. Si verifica disponendo l'armatura minima:

$$A_{s,\min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d = 0.26 \frac{0.3 \cdot (0.83 \cdot 30)^{2/3}}{450} 500 \cdot 170 = 126\,mm^2$$

Si dispongono 2 Φ 10 ($A_s = 157\,mm^2$).

Verifica a flessione sezione A (rettangolare 500 x 200 mm):

$A_s = 157\,mm^2$

$A'_s = 157\,mm^2$

$y = 20.3\,mm$

$M_{A,Rd} = 11.1kNm > M_{A,Ed} = 7.4kNm$

Si effettua quindi la verifica a flessione con doppia armatura alla fine della zona piena (x = 0.45 m).

$$M_{0.45,Ed} = -M_{A,Ed} - \frac{p \cdot 0.45^2}{2} + \frac{p \cdot L}{2} \cdot 0.45 = -9.0 - \frac{4.3 \cdot 0.45^2}{2} + \frac{4.3 \cdot 5.0}{2} \cdot 0.45 = -4.6kNm$$

Si fa l'ipotesi che l'armatura compressa non sia snervata.

$C = 0.81 f_{cd} b y = 0.81 \cdot 14.11 \cdot 100 y = 1143 y$

$$C' = A'_s \varepsilon'_s E_s = 157 \cdot 0.0035 \frac{y-30}{y} 210000 = 115395 \frac{y-30}{y}$$

$T = A_s f_{yd} = 157 \cdot 391.3 = 61434\,N$

$C + C' - T = 0 \Rightarrow 1143y^2 + 115395(y-30) - 61434y = 0 \Rightarrow 1143y^2 + 53961y - 3461850 = 0$

$$y = \frac{-53961 + \sqrt{53961^2 + 4 \cdot 1143 \cdot 3461850}}{2 \cdot 1143} = 36.3\,mm$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_c \frac{y-d'}{y} = 0.0035 \frac{36.3-30}{36.3} = 0.00061 < \frac{f_{yd}}{E_s} = 0.00186$$

L'ipotesi fatta è soddisfatta.

$$M_{Rd} = C \cdot (y - 0.416y) + C'(y - d') + T(d - y) =$$
$$= 41491(36.3 - 0.416 \cdot 36.3) + 20027(36.3 - 30) + 61434(170 - 36.3) =$$
$$= 9.2 \cdot 10^6\, Nmm > 4.6 \cdot 10^6\, Nmm$$

La verifica è soddisfatta.

Si dovrà quindi procedere alla disposizione delle armature considerando la lunghezza di ancoraggio delle barre utilizzate:

$$l_{anc}(\phi 10) = \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \cdot \frac{\phi}{4} = \frac{391.3}{2.68} \cdot \frac{10}{4} = 365\, mm$$

4) CALCOLO DELLE SOLLECITAZIONI SUL TELAIO

Combinazione fondamentale, impiegata per gli SLU:

$$\gamma_{g1} \cdot g_1 + \gamma_{g2} \cdot g_2 + \gamma_{q1} \cdot q_{k1} + \gamma_{q2} \cdot \psi_{02} \cdot q_{k2} + \ldots$$

Si devono verificare due combinazioni di carico:

1) Neve dominante: $1.3(1) \cdot g_1 + 1.5(0) \cdot g_2 + 1.5(0) \cdot q + 1.5(0) \cdot 0.6 \cdot F$

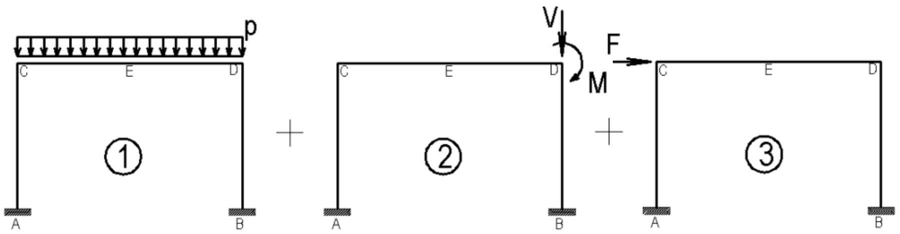
2) Vento dominante: $1.3(1) \cdot g_1 + 1.5(0) \cdot g_2 + 1.5(0) \cdot 0.5 \cdot q + 1.5(0) \cdot F$

In cui i coefficienti parziali tra parentesi indicano la condizione favorevole.

Nel caso in esame si ha:

$$g_1 = P_1 \cdot I + \gamma_{cls} \cdot A_T = 2.6 \cdot 5.0 + 25 \cdot 0.36 = 22.0 kN/m$$
$$g_2 = P_2 \cdot I = 2.5 \cdot 5.0 = 12.5 kN/m$$
$$q = q_s \cdot I = 0.944 \cdot 5.0 = 4.72 kN/m$$

Per sovrapposizione degli effetti si possono calcolare le sollecitazioni sul telaio sovrapponendo i seguenti schemi:



In cui $M = pL_2^{\,2}/2$ è il momento dovuto al carico distribuito su uno sbalzo e $T = pL_2$ è il taglio corrispondente.

Si deve calcolare il rapporto k definito come:

$$k = \frac{J_T}{J_P} \frac{h}{L}$$

in cui J_p e J_t sono i momenti di inerzia del pilastro e della trave rispettivamente. Nel caso in esame, assumendo un pilastro quadrato 40x40, si ha:

$$J_P = \frac{0.4^4}{12} = 2.133 \cdot 10^{-3} m^4$$

$$y_g = \frac{S}{A} = \frac{0.9 \cdot 0.2 \cdot 0.1 + 0.6 \cdot 0.3 \cdot 0.5}{0.9 \cdot 0.2 + 0.6 \cdot 0.3} = 0.3$$

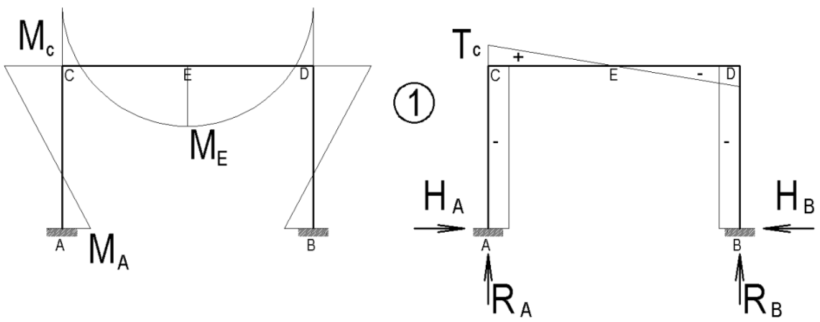
$$J_T = \frac{0.9 \cdot 0.2^3}{12} + 0.9 \cdot 0.2 \cdot \left(y_g - 0.1\right)^2 + \frac{0.3 \cdot 0.6^3}{12} + 0.3 \cdot 0.6 \cdot \left(y_g - 0.5\right)^2 =$$

$$= \frac{0.9 \cdot 0.2^3}{12} + 0.9 \cdot 0.2 \cdot \left(0.3 - 0.1\right)^2 + \frac{0.3 \cdot 0.6^3}{12} + 0.3 \cdot 0.6 \cdot \left(0.3 - 0.5\right)^2 = 0.0204 m^4$$

$$k = \frac{J_T}{J_P} \frac{h}{L} = \frac{0.0204}{2.133 \cdot 10^{-3}} \frac{5.5}{8.0} = 6.575$$

4.1 Schema 1

Le sollecitazioni sul telaio valgono quindi:



$$M_A = M_B = \frac{pL^2}{12\left(2+k\right)}$$

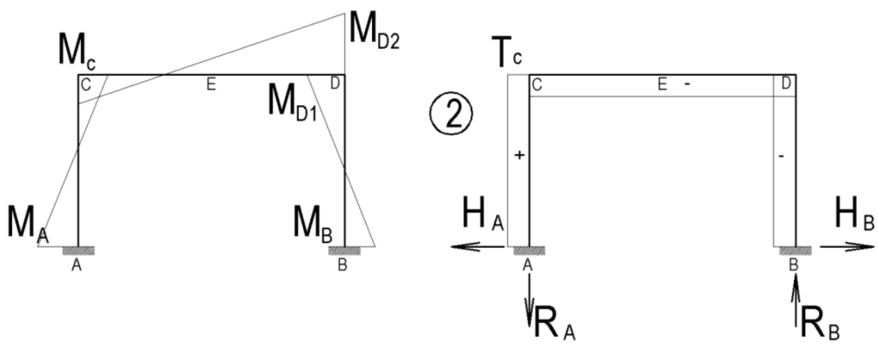
$$T_C = T_D = R_A = R_B$$

$$M_C = M_D = -\frac{pL^2}{6\left(2+k\right)} \qquad R_A = R_B = \frac{pL}{2}$$

$$M_E = \frac{pL^2}{8} - \frac{pL^2}{6\left(2+k\right)} \qquad H_A = H_B = \frac{pL^2}{4h\left(2+k\right)}$$

4.2 Schema 2

Le sollecitazioni sul telaio valgono:



$$M_B = \frac{M}{2(2+k)} - \frac{M}{2(1+6k)}$$

$$M_A = \frac{M}{2(2+k)} + \frac{M}{2(1+6k)} \qquad R_A = \frac{6Mk}{L(6k+1)}$$

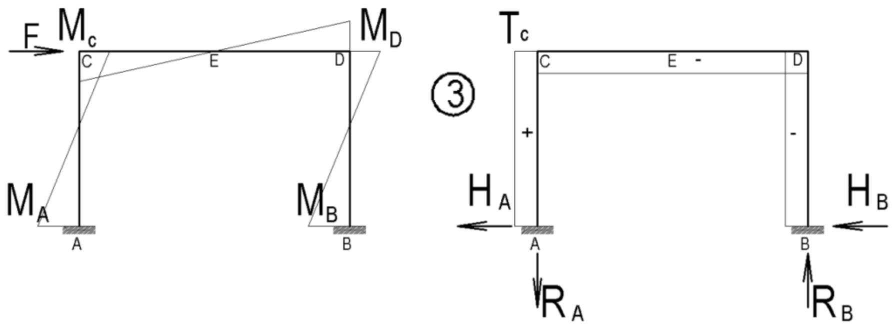
$$M_{D1} = \frac{M}{k+2} + \frac{M}{2(6k+1)} \qquad R_B = R_A + V$$

$$M_{D2} = -(M - M_{D1}) \qquad H_B = -H_A = \frac{3M}{2h(2+k)}$$

$$M_C = \frac{M}{k+2} - \frac{M}{2(6k+1)}$$

<u>4.3 Schema 3</u>

Le sollecitazioni sul telaio valgono:



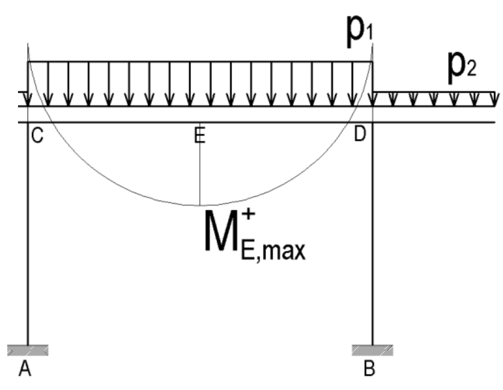
$$M_A = M_B = \frac{FH}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1} \qquad R_A = R_B = \frac{2M_B}{L}$$

$$M_C = M_D = \frac{FH}{2} \cdot \frac{3k}{6k+1} \qquad H_A = H_B = \frac{F}{2}$$

5) PROGETTO E VERIFICA DELLA TRAVATA

<u>5.1 Progetto condizionato sezione E</u>

La condizione di carico più gravosa è la seguente:



In cui i carichi distribuiti p_1 e p_2 valgono:

$$p_1 = 1.3 \cdot g_1 + 1.5 \cdot g_2 + 1.5 \cdot q = 1.3 \cdot 22.0 + 1.5 \cdot 12.5 + 1.5 \cdot 4.72 = 54.43 kN/m$$
$$p_2 = 1.0 \cdot g_1 = 1.0 \cdot 22.0 = 22.0 kN/m$$

Per sovrapposizione degli effetti il momento massimo in mezzeria vale:

$$M^+_{E,\max} = \frac{p_1 L^2}{8} - \frac{p_1 L^2}{6(2+k)} + \cdot \left(-\frac{\frac{p_2 \cdot 3^2}{2}}{2} + \frac{\frac{p_2 \cdot 3^2}{2}}{k+2} \right) =$$

$$= \frac{54.43 \cdot 8.0^2}{8} - \frac{54.43 \cdot 8.0^2}{6(2+6.575)} - \frac{99.0}{2} + \frac{99.0}{6.575+2} = 329.8 kN \cdot m$$

Risulta:

$$\alpha = \frac{760}{\sqrt{329.8 \cdot 10^6 / 900}} = 1.255$$
$$\beta = 0.002085$$
$$A_s = 0.002085 \sqrt{329.8 \cdot 10^6 \cdot 900} = 1136\, mm^2$$

Si dispongono 5 ϕ 18 ($A_s = 1272 mm^2$).

Controllo dell'area minima:

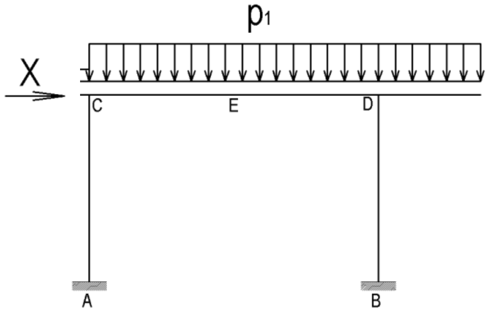
$$A_{s,\min} = \max\left\{0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d, 0.0013 \cdot b_t d\right\} = \max\left\{0.26 \frac{0.3 \cdot (0.83 \cdot 30)^{2/3}}{450} 300 \cdot 760, 0.0013 \cdot 300 \cdot 760\right\} =$$
$$= \max\{337, 296\} = 337\, mm^2 < 1272\, mm^2$$

Controllo dell'area massima:

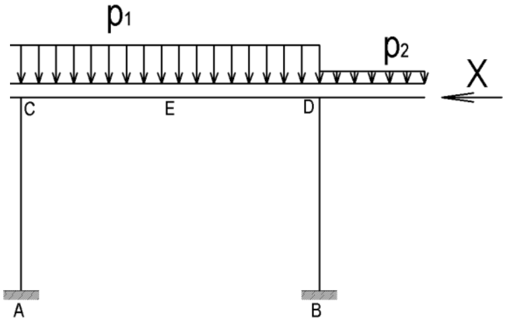
$$A_{s,\max} = 0.04 \cdot A_c = 0.04 \cdot (300 \cdot 600 + 900 \cdot 200) = 14400\, mm^2 \gg 1272\, mm^2$$

Si deve inoltre portare agli appoggi C e D un'armatura in grado di assorbire il taglio di progetto.

La condizione che massimizza il taglio all'appoggio D è la seguente:



La condizione che massimizza il taglio all'appoggio C è la seguente:



In cui (combinazione con neve dominante) si ha:

$X = 1.5 \cdot 0.6 \cdot F = 1.5 \cdot 0.6 \cdot (0.89 \cdot 5.0 \cdot 5.0) = 20.0 kN$

Per sovrapposizione degli effetti il taglio di progetto vale dunque:

$$V_{D,\max} = \frac{p_1 L}{2} + \frac{6 \frac{p_1 \cdot 3^2}{2} k}{L(6k+1)} + \frac{2}{L} \cdot \frac{X \cdot H}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1} = \frac{54.43 \cdot 8.0}{2} + \frac{6 \frac{54.43 \cdot 3^2}{2} 6.575}{8.0 \cdot (6 \cdot 6.575 + 1)} +$$

$$+ \frac{2}{8.0} \cdot \frac{20.0 \cdot 5.5}{2} \cdot \frac{3 \cdot 6.575 + 1}{6 \cdot 6.575 + 1} = 217.7 + 29.9 + 7.0 = 254.6 kN$$

$$V_{C,\max} = \frac{p_1 L}{2} - \frac{6 \frac{p_2 \cdot 3^2}{2} k}{L(6k+1)} + \frac{2}{L} \cdot \frac{X \cdot H}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1} = \frac{54.43 \cdot 8.0}{2} - \frac{6 \frac{22.0 \cdot 3^2}{2} 6.575}{8.0 \cdot (6 \cdot 6.575 + 1)} +$$

$$+ \frac{2}{8.0} \cdot \frac{20.0 \cdot 5.5}{2} \cdot \frac{3 \cdot 6.575 + 1}{6 \cdot 6.575 + 1} = 217.7 - 12.1 + 7.0 = 212.6 kN$$

L’armatura da portare agli appoggi vale quindi:

$$A_{s,appD} = \frac{254.6 \cdot 10^3}{391.3} = 651 mm^2$$

$$A_{s,appC} = \frac{212.6 \cdot 10^3}{391.3} = 543 mm^2$$

E’ necessario portare fino agli appoggi C e D 3 ϕ 18 ($A_{s,app} = 763 mm^2$).

5.2 Progetto condizionato sezione D

La condizione di carico da considerare è la stessa che massimizza il taglio in D. Si ha

$$M^-_{D,\max} = -\frac{p_1 L^2}{6(2+k)} - \left(\frac{p_1 \cdot 3^2}{2} - \frac{\frac{p_1 \cdot 3^2}{2}}{k+2} - \frac{\frac{p_1 \cdot 3^2}{2}}{2(6k+1)} \right) - \frac{XH}{2} \cdot \frac{3k}{6k+1} =$$

$$= -\frac{54.43 \cdot 8.0^2}{6(2+6.575)} - \left(\frac{54.43 \cdot 3^2}{2} - \frac{\frac{54.43 \cdot 3^2}{2}}{6.575+2} - \frac{\frac{54.43 \cdot 3^2}{2}}{2(6 \cdot 6.575 + 1)} \right) - \frac{20.0 \cdot 5.5}{2} \cdot \frac{3 \cdot 6.575}{6 \cdot 6.575 + 1} +$$

$$= -67.7 - 213.3 - 26.8 = -307.8 kNm$$

Risulta:

$$\alpha = \frac{760}{\sqrt{307.8 \cdot 10^6 / 300}} = 0.750$$

$$\beta = 0.003655$$

$$A_s = 0.003655 \sqrt{308.7 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1112 mm^2$$

Si dispongono 5 ϕ 18 ($A_s = 1272 mm^2$). Controllo dell’area minima:

$$y = kd = 0.167 \cdot 760 = 127 mm$$

$$b_t = \frac{(200 \cdot 900 + 473 \cdot 300)}{(800 - 127)} = 478 mm$$

$$A_{s,\min} = \max\left\{0.26\frac{f_{ctm}}{f_{yk}}b_t d, 0.0013\cdot b_t d\right\} = \max\left\{0.26\frac{0.3\cdot(0.83\cdot 30)^{2/3}}{450}478\cdot 760, 0.0013\cdot 478\cdot 760\right\} =$$

$$= \max\{537, 472\} = 537\,mm^2 < 1272\,mm^2$$

Controllo dell'area massima:

$$A_{s,\max} = 0.04\cdot A_c = 0.04\cdot(300\cdot 600 + 900\cdot 200) = 14400\,mm^2 \gg 1272\,mm^2$$

5.3 Verifica a flessione sezione E

$$A_s = 1272\,mm^2$$

$$C = 0.81\cdot b\cdot y\cdot f_{cd} = 0.81\cdot 900\cdot y\cdot 14.11 = 10286y$$

$$T = A_s\cdot f_{yd} = 1272\cdot 391.3 = 498\cdot 10^3\,N$$

$$C - T = 0 \Rightarrow y = \frac{498000}{10286} = 48.4mm$$

$$M_{Rd} = C(d - 0.416)y = 10286\cdot 48.4(760 - 0.416\cdot 48.4) = 368kNm$$

Risulta 368 kNm > 329.8 kNm e la verifica è soddisfatta.

5.4 Verifica a flessione sezione D

$$A_s = 1272\,mm^2$$

$$A_s' = 763mm^2$$

$$C = 0.81\cdot b\cdot y\cdot f_{cd} = 0.81\cdot 300\cdot y\cdot 14.11 = 3428.7y$$

$$T = A_s\cdot f_{yd} = 1272\cdot 391.3 = 498\cdot 10^3\,N$$

$$C' = E_s\cdot\varepsilon_s'\cdot A_s' = E_s\cdot\varepsilon_{cu}\cdot\frac{y-c}{y}\cdot A_s' = 200000\cdot 0.0035\cdot\frac{y-40}{y}\cdot 763 = 534100\cdot\frac{y-40}{y}$$

$$C + C' - T = 0 \Rightarrow 3428.7y^2 + 534100y - 534100\cdot 40 - 498000y = 3428.7y^2 + 36100y - 21364000$$

$$\Rightarrow y = \frac{-36100 + \sqrt{36100^2 + 4\cdot 3428.7\cdot 21364000}}{2\cdot 3428.7} = 74mm$$

$$M_{Rd} = C(1 - 0.416)y + C'(y - c) + T(d - y) =$$

$$= 3428.7\cdot 74\cdot(1 - 0.416)74 + 534100\cdot\frac{74-40}{74}(74 - 40) + 498000(760 - 74) = 361kNm$$

Risulta 361 kNm > 307.8 kNm e la verifica è soddisfatta.

5.5 Armatura trasversale sezione D (a dx del nodo)

Il taglio massimo su questa sezione (combinazione neve dominante) vale:

$$V_{Ed} = p_1\cdot L_2 = 54.43\cdot 3 = 163kN$$

La verifica a taglio consiste nel controllare che $V_{Ed} \le V_{Rd}$ in cui $V_{Rd} = \min(V_{Rsd}, V_{Rcd})$.

La resistenza del calcestruzzo d'anima è:

$$V_{Rcd} = 0.9d\cdot b_w\cdot\alpha_c\cdot f'_{cd}(\cot g\,\alpha + \cot g\,\theta)/(1 + \cot g^2\theta)$$

in cui: $f'_{cd} = 0.5\,f_{cd}$;

α_c è un coefficiente pari a 1 per travi non compresse.

La resistenza dell'armatura trasversale è:

$$V_{Rsd}=0.9d\cdot\frac{A_{sw}}{s}f_{yd}\left(\cot\alpha+\cot\theta\right)sen\,\alpha$$

in cui: A_{sw} è l'area dell'armatura trasversale; s è l'interasse tra le armature trasversali; α è l'angolo di inclinazione delle armature trasversali; θ è l'angolo di inclinazione dei puntoni di calcestruzzo. Utilizziamo quest'ultima espressione del taglio resistente per effettuare il progetto del passo delle staffe assumendo $\cot\theta=2.5$ e staffe Φ 8 a due braccia. Si ottiene:

$$s_{\max}=0.9d\frac{A_{sw}}{V_{Ed}}f_{yd}\left(\cot\alpha+\cot\theta\right)sen\,\alpha=0.9\cdot760\cdot\frac{100.5}{163000}391.3\cdot2.5=413mm$$

Le travi devono inoltre prevedere armatura trasversale costituita da staffe con sezione complessiva non inferiore ad Ast = 1,5 b mm^2/m = 450 mm^2/m, essendo b lo spessore minimo dell'anima in millimetri, con un minimo di tre staffe al metro e comunque passo non superiore a 0,8 volte l'altezza utile della sezione. Da tali espressioni si ricava un numero minimo di staffe a metro pari a:

$$n_{\min,staffe}/m=\frac{450}{100.5}=4.5$$

Si dispongono staffe Φ 8 / 200. Si esegue la verifica a taglio della trave. Uguagliando la resistenza a taglio compressione e la resistenza a taglio trazione si ha:

$$\omega_{sw}=\frac{A_{sw}\cdot f_{yd}}{b\cdot s\cdot f_{cd}}=\frac{100.5\cdot391.3}{300\cdot200\cdot14.11}=0.046$$

$$\cot\theta^{*}=\sqrt{\frac{\nu\cdot\alpha_C}{\omega_{sw}}-1}=\sqrt{\frac{0.5\cdot1}{0.046}-1}=3.14>2.5$$

Poiché cotθ *>2.5 si assume cotθ=2.5, la crisi è da attribuirsi all'armatura trasversale e il taglio resistente coincide con VRsd (<VRcd) e vale:

$$V_{Rsd}=0.9d\frac{A_{sw}}{s}f_{yd}\left(\cot\alpha+\cot\theta\right)sen\,\alpha=0.9\cdot760\cdot\frac{100.5}{200}391.3\cdot2.5=336234N$$

La verifica è ovviamente soddisfatta. Inoltre le armature longitudinali dimensionate in base alle sollecitazioni flessionali dovranno essere prolungate di una misura pari a:

$$a_1=\frac{0.9d}{2}\left(\cot\theta-\cot\alpha\right)=\frac{0.9\cdot760}{2}2.5=855mm$$

<u>5.6 Armatura trasversale sezione D (a sn del nodo)</u>

Il taglio di progetto nella sezione a sinistra del nodo D, come calcolato precedentemente al punto 5.1, considerando la più gravosa condizione, con neve dominante, risulta:

$$V_{D,sn}=254.6kN$$

Anche in questo caso si utilizzano staffe Φ 8 / 200.

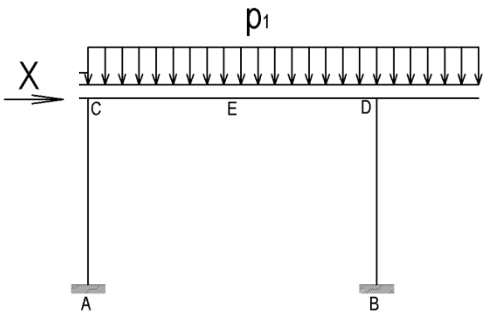
6) PROGETTO E VERIFICA DI UN PILASTRO (B-D)

<u>6.1 Calcolo delle sollecitazioni di progetto</u>

Si considerano sia la sezione di base che la sezione di sommità dei pilastri. Si devono verificare le seguenti coppie:

1) N_{max}, M_{corr}
2) N_{min}, M_{corr}
3) M_{max}, N_{corr}

Per quanto riguarda la sezione di base B, lo schema di carico che massimizza lo sforzo normale (caso 1) è quella riportata di seguito:



Si deve individuare quale combinazione di carico è più gravosa tra le 2 combinazioni agli SLU:

1.a) Neve dominante

$$p_1 = 1.3 \cdot g_1 + 1.5 \cdot g_2 + 1.5 \cdot q = 1.3 \cdot 22.0 + 1.5 \cdot 12.5 + 1.5 \cdot 4.72 = 54.43 kN/m$$

$$X = 1.5 \cdot 0.6 \cdot F = 1.5 \cdot 0.6 \cdot 22.25 = 20.0 kN$$

$$N_{\max,a} = \frac{p_1 \cdot L}{2} + \frac{6 \frac{p_1 3^2}{2} k}{L(6k+1)} + p_1 \cdot 3 + 1.3 \cdot \gamma_{cls} \cdot A_p \cdot H + \frac{2}{L} \cdot \frac{X \cdot H}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1} =$$

$$= \frac{54.43 \cdot 8.0}{2} - \frac{6 \frac{54.43 \cdot 3^2}{2} 6.575}{8.0 \cdot (6 \cdot 6.575 + 1)} + 54.43 \cdot 3 + 1.3 \cdot 25 \cdot 0.16 \cdot 5.5 + \frac{2}{8.0} \cdot \frac{20.0 \cdot 5.5}{2} \cdot \frac{3 \cdot 6.575 + 1}{6 \cdot 6.575 + 1} =$$

$$= 217.7 + 28.6 + 163.3 + 44.7 + 7.0 = 461.3 kN$$

2.a) Vento dominante

$$p_1 = 1.3 \cdot g_1 + 1.5 \cdot g_2 + 1.5 \cdot 0.5 \cdot q = 1.3 \cdot 22.0 + 1.5 \cdot 12.5 + 1.5 \cdot 0.5 \cdot 4.72 = 50.9 kN/m$$

$$X = 1.5 \cdot F = 1.5 \cdot 22.25 = 33.4 kN$$

$$N_{\max,a} = \frac{p_1 \cdot L}{2} + \frac{6 \frac{p_1 3^2}{2} k}{L(6k+1)} + p_1 \cdot 3 + 1.3 \cdot \gamma_{cls} \cdot A_p \cdot H + \frac{2}{L} \cdot \frac{X \cdot H}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1} =$$

$$= \frac{50.9 \cdot 8.0}{2} - \frac{6 \frac{50.9 \cdot 3^2}{2} 6.575}{8.0 \cdot (6 \cdot 6.575 + 1)} + 50.9 \cdot 3 + 1.3 \cdot 25 \cdot 0.16 \cdot 5.5 + \frac{2}{8.0} \cdot \frac{33.4 \cdot 5.5}{2} \cdot \frac{3 \cdot 6.575 + 1}{6 \cdot 6.575 + 1} =$$

$$= 203.6 + 27.9 + 152.7 + 28.6 + 11.8 = 424.6 kN$$

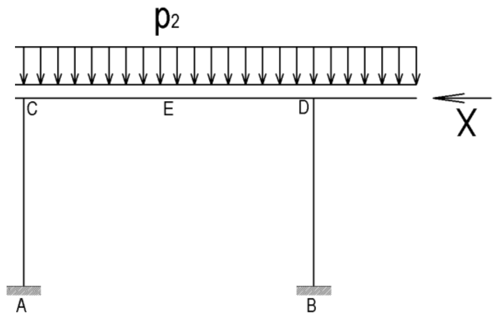
E' più gravosa la condizione con neve dominante alla quale corrisponde il momento:

$$M_{corr,a} = \frac{p_1 L^2}{12(2+k)} - \left(\frac{\frac{p_1 3^2}{2}}{2(2+k)} - \frac{\frac{p_1 3^2}{2}}{2(1+6k)} \right) + \frac{X \cdot H}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1} =$$

$$= \frac{54.43 \cdot 8.0^2}{12(2+6.575)} - \left(\frac{\frac{54.43 \cdot 3^2}{2}}{2(2+6.575)} - \frac{\frac{54.43 \cdot 3^2}{2}}{2(1+6 \cdot 6.575)} \right) + \frac{20.0 \cdot 5.5}{2} \cdot \frac{3 \cdot 6.575 + 1}{6 \cdot 6.575 + 1} =$$

$$= 33.9 - 11.1 + 28.2 = 51.0 kNm$$

Per quanto riguarda il caso 2 (minimo sforzo normale) “comanda” sicuramente la combinazione con vento dominante con lo schema di carico riportato di seguito (si considera il pilastro B-D).



$$p_3 = 1 \cdot g_1 + 0 \cdot g_2 + 0 \cdot q = 1 \cdot 22.0 = 22.0 kN/m$$
$$X = 1.5 \cdot F = 1.5 \cdot 22.25 = 33.4 kN$$

Le sollecitazioni corrispondenti valgono:

$$N_{\min} = \frac{p_2 \cdot L}{2} + \frac{6\frac{p_2 3^2}{2}k}{L(6k+1)} + p_2 \cdot 3 + 1.3 \cdot \gamma_{cls} \cdot A_p \cdot H - \frac{2}{L} \cdot \frac{X \cdot H}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1} =$$
$$= \frac{22.0 \cdot 8.0}{2} - \frac{6\frac{22.0 \cdot 3^2}{2}6.575}{8.0 \cdot (6 \cdot 6.575 + 1)} + 22.0 \cdot 3 + 1.3 \cdot 25 \cdot 0.16 \cdot 5.5 + \frac{2}{8.0} \cdot \frac{33.4 \cdot 5.5}{2} \cdot \frac{3 \cdot 6.575 + 1}{6 \cdot 6.575 + 1} =$$
$$= 88.0 + 12.1 + 66.0 + 28.6 - 11.8 = 182.9 kN$$
$$M_{corr} = \frac{p_2 L^2}{12(2+k)} - \left(\frac{\frac{p_2 3^2}{2}}{2(2+k)} - \frac{\frac{p_2 3^2}{2}}{2(1+6k)} \right) - \frac{X \cdot H}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1} =$$
$$= \frac{22.0 \cdot 8.0^2}{12(2+6.575)} - \left(\frac{\frac{22.0 \cdot 3^2}{2}}{2(2+6.575)} - \frac{\frac{22.0 \cdot 3^2}{2}}{2(1+6 \cdot 6.575)} \right) - \frac{33.4 \cdot 5.5}{2} \cdot \frac{3 \cdot 6.575 + 1}{6 \cdot 6.575 + 1} =$$
$$= 13.7 - 4.6 - 47.1 = -38.0 kNm$$

Procedendo in modo analogo si ottiene il seguente prospetto di coppie di sollecitazioni da verificare (i momenti positivi tendono le fibre interne):

Caso	**Sezione di base**		**Caso**	**Sezione in sommità**	
1	N_{max}=446.5 kN	M_{corr}=51.0 kNm	4	N_{max}=417.9 kN	M_{corr}=-68.9 kNm
2	N_{min}=182.9 kN	M_{corr}=-38.0 kNm	5	N_{min}=154.3 kN	M_{corr}=59.4 kNm
3	N_{corr}=331.4 kN	M_{max}=57.6 kNm	6	N_{corr}=302.8 kN	M_{max}=-81.7

6.2 Controllo snellezza e progetto condizionato dell'armatura

Si utilizza una sezione quadrata 40x40. Si esegue il controllo della snellezza. Si deve verificare che la snellezza λ non superi il valore limite:

$$\lambda_{\lim} = 15.4\frac{C}{\sqrt{\nu}}$$

dove

$\nu = \dfrac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}}$ è l'azione assiale adimensionale;

$C = 1.7 - r_m$ dipende dalla distribuzione dei momenti flettenti del primo ordine (0,7 ≤ C ≤ 2,7);

$r_m = \dfrac{M_{01}}{M_{02}}$ è il rapporto fra i momenti flettenti del primo ordine alle due estremità del pilastro, positivo se i due momenti sono discordi sulla trave (con | M_{02} | ≥ | M_{01} |). La snellezza λ è calcolata come rapporto tra la lunghezza libera di inflessione ed il raggio d'inerzia della sezione di calcestruzzo non fessurato:

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

dove in particolare λ_0 va definita in base ai vincoli d'estremità ed all'interazione con eventuali elementi contigui. Nel caso in esame si ha:

$$\lambda = \frac{2\cdot H}{\sqrt{\frac{0.40^2}{12}}} = \frac{2\cdot 5.5}{\sqrt{\frac{0.40^2}{12}}} = 95$$

Si calcola la snellezza limite nel caso di massimo sforzo normale sulla sezione:

$$\lambda_{\lim} = 15.4\frac{1.7+51.0/68.9}{\sqrt{\frac{446.5\cdot 10^3}{14.11\cdot 160000}}} = 85$$

Poiché risulta λ>λlim non è possibile trascurare gli effetti del 2° ordine sul pilastro. Si sceglie una sezione 45x45 per cui risulta:

$$\lambda = \frac{2\cdot H}{\sqrt{\frac{0.45^2}{12}}} = \frac{2\cdot 5.5}{\sqrt{\frac{0.45^2}{12}}} = 84.7$$

$$\lambda_{\lim} = 15.4\frac{1.7+51.0/68.9}{\sqrt{\frac{446.5\cdot 10^3}{14.11\cdot 202500}}} = 95$$

Si prescinde per ragioni di tempo dal ricalcolare le sollecitazioni sulla struttura alla luce della scelta del pilastro 45x45.

Si esegue il progetto condizionato dell'armatura meccanica utilizzando i diagrammi M-N normalizzati. Assumendo un copriferro di 3 cm, il rapporto d/h risulta pari a 3/45=0.067.

Si esegue il predimensionamento nel caso 4 riportato nella tabella precedente.

$$\mu_d = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{68.9 \cdot 10^6}{450 \cdot 450^2 \cdot 14.11} = 0.054 \cong 0.06$$

$$\nu_d = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{417.9 \cdot 10^3}{450 \cdot 450 \cdot 14.11} = 0.146 \cong 0.15$$

Dal diagramma normalizzato si ottiene:

$$\rho_d = \frac{A_s}{b \cdot h} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \simeq 0.025$$

in cui As è l'armatura tesa (si assume armatura doppia simmetrica). Da cui:

$$A_s = \rho_d \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.025 \cdot 450 \cdot 450 \cdot \frac{14.11}{391.3} = 183 mm^2$$

La normativa prescrive che le barre abbiano diametro maggiore od uguale a 12 mm e interassi non maggiori di 300 mm. L'area complessiva delle barre deve essere non inferiore a:

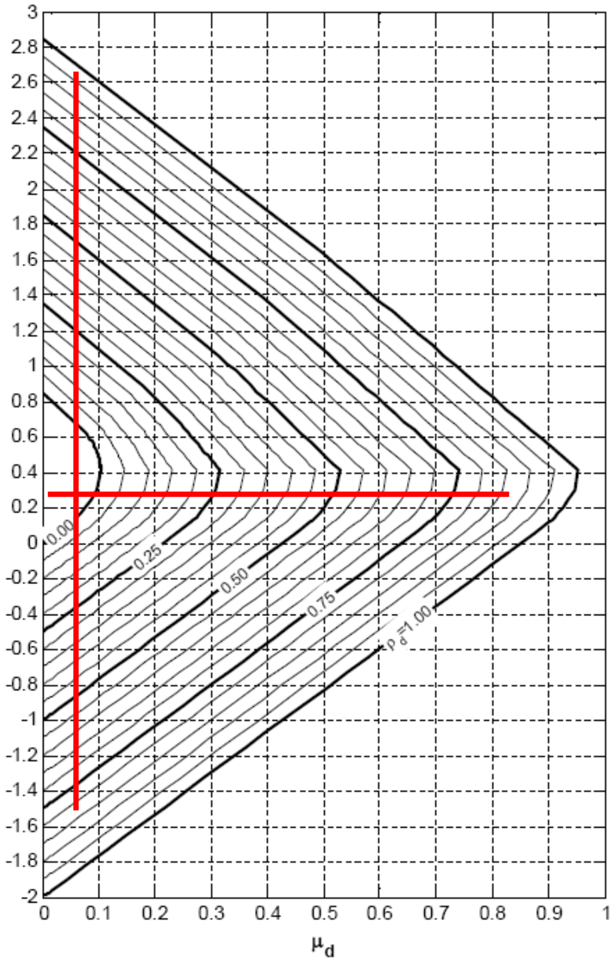
$$A_{s,\min} = \max\left\{0.10 \frac{N_{Ed}}{f_{yd}};\ 0.003 A_c\right\} = \max\left\{0.10 \frac{446.5 \cdot 10^3}{391.3};\ 0.003 \cdot 450 \cdot 450\right\} =$$

$$= \max\{114; 608\} = 608 mm^2$$

L'area totale di armatura non deve inoltre superare:

$$A_{s,\max} = 0.04 \cdot A_c = 8100 mm^2$$

Si dispongono 3 + 3 Φ 16 (As=A's=603 mm^2).



6.3 Verifiche a pressoflessione del pilastro utilizzando il diagramma di interazione M-N

Punto A (compressione semplice):

$$M_A = 0$$

$$N_A = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} = 450 \cdot 450 \cdot 14.11 + 2 \cdot 603 \cdot 391.3 = 3329 \cdot 10^3 N$$

Punto B (rottura bilanciata):

$$\varepsilon_{cu} : y = \left(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{sy}\right) : d$$

$$y = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{sy}} d = \frac{0.0035}{0.0035 + 0.00196} 420 = 269 mm$$

$$C = 0.81 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} = 0.81 \cdot 450 \cdot 269 \cdot 14.11 = 1383 \cdot 10^3 N$$

$$C' = T = A_s' \cdot f_{yd} = 603 \cdot 391.3 = 236 \cdot 10^3 N$$

$$N_B = C = 1383 \cdot 10^3 N$$

$$M_B = C \cdot \left(\frac{H}{2} - 0.416 y\right) + A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(h - c\right) =$$

$$= 1383 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{450}{2} - 0.416 \cdot 269\right) + 603 \cdot 391.3 \cdot \left(420 - 30\right) = 248 \cdot 10^6 Nmm = 248 kNm$$

Punto C (flessione semplice):

$$C = 0.81 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} = 0.81 \cdot 450 \cdot y \cdot 14.11 = 5143 y$$

$$T = A_s \cdot f_{yd} = 603 \cdot 391.3 = 236 \cdot 10^3 N$$

$$C' = E_s \cdot \varepsilon_s' \cdot A_s' = E_s \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \frac{y-c}{y} \cdot A_s' = 200000 \cdot 0.0035 \cdot \frac{y-30}{y} \cdot 603 = 422100 \cdot \frac{y-30}{y}$$

$$C + C' - T = 0 \Rightarrow 5143 y^2 + 422100 y - 422100 \cdot 30 - 236000 y = 5143 y^2 + 186100 y - 12663000$$

$$\Rightarrow y = \frac{-186100 + \sqrt{186100^2 + 4 \cdot 5143 \cdot 12663000}}{2 \cdot 5143} = 35 mm$$

$$M_{Rd} = C\left(1 - 0.416\right) y + C'\left(y - c\right) + T\left(d - y\right) =$$

$$= 5143 \cdot 35 \cdot \left(1 - 0.416\right) 35 + 422100 \cdot \frac{35-30}{35}\left(35 - 30\right) + 236000\left(420 - 35\right) = 95 kNm$$

Disegnando il diagramma di interazione M-N utilizzando i valori ricavati, e posizionando i punti relativi alle coppie delle sollecitazioni di calcolo, si evince che le verifche sono soddisfatte.

6.4 Verifica a taglio del pilastro

Taglio massimo sezione B:

$$V_{B,\max} = \frac{p_1 L^2}{4H\left(2+k\right)} - \frac{\frac{3 p_2 3^2}{2}}{2H\left(2+k\right)} + \frac{X}{2} = 18.5 - 6.3 + 16.7 = 28.9 kN$$

Risulta più gravosa la combinazione con vento dominante:

$$V_{B,\max} = 28.9 kN$$

Per i pilastri l'armatura trasversale adottata non deve essere superiore all'armatura trasversale minima, calcolata come segue:

- Le armature trasversali
- devono essere poste ad interasse non maggiore di 15 volte il diametro minimo delle barre impiegate per l'armatura longitudinale (15 x 16 = 240 mm), con un massimo di 250 mm.
- Il diametro delle staffe non deve essere minore di 6 mm e di ¼ del diametro massimo delle barre longitudinali (16 / 4 = 4 mm).

Dalle precedenti prescrizioni si ricava un passo massimo delle staffe di 240 mm. Si adottano staffe Φ 8 /240 e si esegue la verifica come fatto per le travi:

$$\omega_{sw} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{b \cdot s \cdot f_{cd}} = \frac{100.5 \cdot 391.3}{450 \cdot 240 \cdot 14.11} = 0.026$$

$$\cot\theta^{*} = \sqrt{\frac{\nu \cdot \alpha_C}{\omega_{sw}} - 1} = \sqrt{\frac{0.5 \cdot 1}{0.026} - 1} = 4.27 > 2.5$$

Poiché cotθ *>2.5 si assume cotθ=2.5, la crisi è da attribuirsi all'armatura trasversale e il taglio resistente coincide con VRsd (<VRcd) e vale:

$$V_{Rsd} = 0.9d \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} \left(\cot\alpha + \cot\theta\right) sen\,\alpha = 0.9 \cdot 420 \cdot \frac{100.5}{240} 391.3 \cdot 2.5 = 154844 N$$

La verifica risulta soddisfatta.

Una volta progettata e verificata l'armatura longitudinale e trasversale, si deve procedere al posizionamento delle armature attraverso il ricoprimento dei momenti traslati, considerando le opportune lunghezze di ancoraggio delle armature.

Ad. esempio:

$$l_{anc}\left(\phi 16\right) = \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \cdot \frac{\phi}{4} = \frac{391.3}{2.68} \cdot \frac{16}{4} = 584\,mm$$